

**Exercice 1.5.** Soit  $n$  un entier strictement positif et soit  $k \in \{1, \dots, n\}$ . On note  $X_k$  l'application  $k$ -ème composante de  $\mathbf{R}^n$  dans  $\mathbf{R}$  définie par

$$X_k : (x_1, \dots, x_n) \mapsto x_k.$$

1. Dans cette question uniquement on suppose que  $n = 2$ .
  - (a) Décrire les lignes de niveau de  $X_1$  et  $X_2$ .
  - (b) Donner une description géométrique des graphes de  $X_1$  et  $X_2$ .
2. Soit  $a_1, \dots, a_n$  des nombres réels; on pose  $A = (a_1, \dots, a_n)$ .
  - (a) Décrire en des termes simples la fonction partielle  $X_k(a_1, \dots, a_{i-1}, \bullet, a_{i+1}, \dots, a_n)$  (on distinguera les cas  $i \neq k$  et  $i = k$ ).
  - (b) Calculer les dérivées partielles  $\frac{\partial X_k}{\partial X_i}(A)$  pour  $i \in \{1, \dots, n\}$ .
  - (c) Que vaut le gradient  $\text{grad}_A(X_k)$ ?
  - (d) Décrire l'application  $dX_k|_A$ .