

Exercice 1.5. Soit n un entier strictement positif et soit $k \in \{1, \dots, n\}$. On note X_k l'application k -ème composante de \mathbf{R}^n dans \mathbf{R} définie par

$$X_k : (x_1, \dots, x_n) \mapsto x_k.$$

1. Dans cette question uniquement on suppose que $n = 2$.
 - (a) Décrire les lignes de niveau de X_1 et X_2 .
 - (b) Donner une description géométrique des graphes de X_1 et X_2 .
2. Soit a_1, \dots, a_n des nombres réels; on pose $A = (a_1, \dots, a_n)$.
 - (a) Décrire en des termes simples la fonction partielle $X_k(a_1, \dots, a_{i-1}, \bullet, a_{i+1}, \dots, a_n)$ (on distinguera les cas $i \neq k$ et $i = k$).
 - (b) Calculer les dérivées partielles $\frac{\partial X_k}{\partial X_i}(A)$ pour $i \in \{1, \dots, n\}$.
 - (c) Que vaut le gradient $\text{grad}_A(X_k)$?
 - (d) Décrire l'application $dX_k|_A$.