

Pour la fonction $f(x) = x^2 - 2x + 1$, voici les différentes étapes demandées :

1. Déterminer le domaine de définition

La fonction $f(x) = x^2 - 2x + 1$ est un polynôme de degré 2, ce qui signifie qu'elle est définie pour tout réel.

Le domaine de définition est donc :

$$D_f = \mathbb{R}$$

2. Calculer la dérivée

Pour calculer la dérivée de $f(x) = x^2 - 2x + 1$, on applique les règles de dérivation des polynômes :

- La dérivée de x^2 est $2x$
- La dérivée de $-2x$ est -2
- La dérivée de 1 est 0

Ainsi, la dérivée $f'(x)$ est :

$$f'(x) = 2x - 2$$

3. Tableau de variations

Pour déterminer le tableau de variations, nous devons analyser le signe de la dérivée $f'(x) = 2x - 2$.

- Résolvons l'équation $f'(x) = 0$ pour trouver les points critiques :

$$2x - 2 = 0$$

$$x = 1$$

La fonction dérivée change de signe en $x = 1$. Pour savoir comment elle varie avant et après ce point, étudions le signe de $f'(x)$: - Pour $x < 1$, $f'(x) < 0$ (la fonction est décroissante). - Pour $x > 1$, $f'(x) > 0$ (la fonction est croissante).

La fonction présente donc un minimum en $x = 1$. Calculons la valeur de la fonction à ce point :

$$f(1) = 1^2 - 2 \times 1 + 1 = 0$$

Tableau de variations

Le tableau de variations de la fonction est le suivant :

| | | | |
|---------|------------|-------|------------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | - 0 + | |
| $f(x)$ | \searrow | 0 | \nearrow |

ATTENTION : ChatGPT got the variations wrong.

Conclusion

- Domaine de définition : \mathbb{R}
- Dérivée : $f'(x) = 2x - 2$
- Tableau de variations : la fonction est décroissante sur $] -\infty, 1[$ et croissante sur $]1, +\infty[$ avec un minimum en $x = 1$, où $f(1) = 0$.