

1) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est une base de \mathbb{R}^2

Il suffit de montrer c'est une famille libre

$$c-a-d \quad xc \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow xc = y = 0$$

sys lin

$$2xc + y = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \quad xc = 0$$

$$3xc + y = 0 \quad \textcircled{2}$$

remplacer $\Rightarrow y = 0$

Résoudre le sys pour trouver les coordonnées

$$\textcircled{1} \quad 2xc + y = 0$$

$$\Rightarrow \textcircled{2} - \textcircled{1} \quad xc = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 3xc + y = 0$$

donc coordonnées = $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2) trop de vecteurs pour être famille libre

3) 3 vecteurs dans \mathbb{R}^3

Il suffit de montrer c'est une famille libre

sys lin associé

$$xc + y = 0$$

$$\Rightarrow y = -xc$$

$$xc + z = 0$$

$$\Rightarrow z = -xc \Rightarrow z = y$$

$$y + z = 0$$

$$\Rightarrow z = -y$$

donc $z = 0$

$$\Rightarrow y = xc = 0$$

$$xc + y = 1$$

$$\Rightarrow x = y = z = \frac{1}{2}$$

$$xc + z = 1$$

$$y + z = 1$$

4/ système linéaire associé

$$\begin{array}{lcl} -2x + y = 0 & \Rightarrow & -x = 0 \\ x + z = 0 & \Rightarrow & x = -z \\ y + z = 0 & \Rightarrow & y = -z \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x = -z \\ y = -z \end{array} \right\} \Rightarrow x = y$$

donc $x = y = z = 0$

famille libre \Rightarrow base car 3 élts = dim \mathbb{R}^3

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{0} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \underline{1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{coords} = (0, 0, 1)$$

5/ système linéaire associé

$$\begin{array}{lcl} -x + z = 0 & \Rightarrow & x = z \\ 5x + y - 4z = 0 & & x + y = 0 \\ 4x + y - 3z = 0 & \Rightarrow & x + y = 0 \\ & & \Rightarrow x = -y \end{array}$$

pas libre car $(1, -1, 1)$ solution

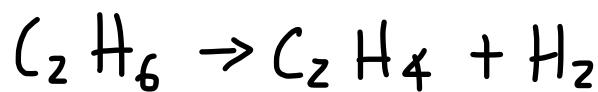
6/ système linéaire associé

$$\begin{array}{lcl} 5x + y - 4z = 0 & \Rightarrow & 5x + 9y = 0 \\ 4x + y - 3z = 0 & \Rightarrow & 4x + 7y = 0 \\ 2y - z = 0 & \Rightarrow & z = 2y \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 5x + y - 4z = 1 & \Rightarrow & 5x + 9y = -3 \\ 4x + y - 3z = 1 & \Rightarrow & 4x + 7y = -1 \\ 2y - z = 1 & \Rightarrow & z = 1 + 2y \end{array}$$

$$\Rightarrow x = z = 1/3 \quad y = 2/3$$

Exo 6



Faisons une table

	a	b	c
C_2H_6			
C	2	2	0
H	6	4	2

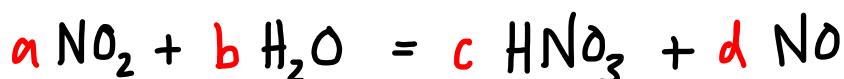
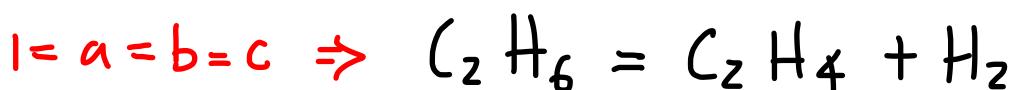
système linéaire

$$2a = 2b$$

$$6a = 4b + 2c$$

$$\Rightarrow a = b \quad 6a = 4a + 2c \quad \Rightarrow 2a = 2c \Rightarrow a = c$$

substitution $a = b$



	NO_2	H_2O	HNO_3	NO
N	1	0	1	1
O	2	1	3	1
H	0	2	1	0

système linéaire

$$a = c + d$$

$$2a + b = 3c + d$$

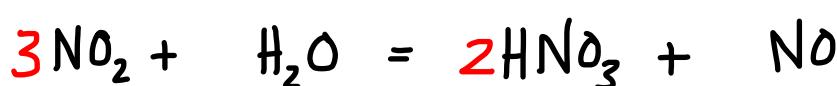
$$2b = c$$

$$a = 2b + d$$

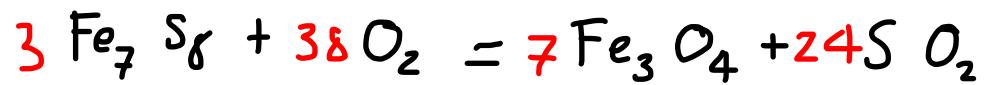
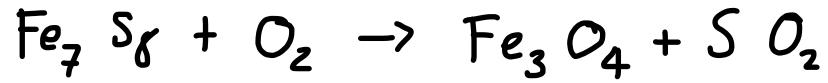
$$2a + b = 6b + d \Rightarrow 2a = 5b + d$$

$$\Rightarrow a = 3b \quad d = b$$

$$c = 2b$$



Exo 6 cont



Trouver le système linéaire et vérifier