

Diagonalisation bis

Faits :

1. le produit des valeurs propres est égal au déterminant de la matrices

$$\det A = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$$

2. la somme des valeurs propres est égale à la trace de la matrice

$$\operatorname{tr} A = a_{11} + a_{22} + a_{33} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

Indication : chaque matrice admet $\lambda_1 = 1$ comme valeur propre :

$$\det A = \lambda_2 \lambda_3 \tag{1}$$

$$\operatorname{tr} A = 1 + \lambda_2 + \lambda_3 \tag{2}$$

On peut alors résoudre ce système pour trouver λ_2 et λ_3 .

Calculer le deteminant, trouver les valeurs propres et vecteurs propres des matrices suivantes.

1.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 4 & -16 & -5 \end{pmatrix}$$

2.

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 \\ -7 & 2 & -3 \\ -12 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 4 & -7 & 4 \\ 4 & -8 & 5 \end{pmatrix}$$

4.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -12 & 5 & 12 \\ 8 & -4 & -9 \end{pmatrix}$$

5.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

6.

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$