

CC2 9 decembre

Durée : 1h

Documents et appareils électroniques (dont telephones portables et calculatrices) interdits. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

Déterminer l'image et noyau de l'application linéaire :

$$f : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + 3y + z \\ 2x - y + 9z \\ 3x - 2y + 14z \end{pmatrix}$$

Bareme :

1. 1.5 point pour une base de l'image + 1.5 point pour l'équation cartésienne de l'image.
2. 2 point pour le noyau

1. son noyau est $\{t(4, -1, -1), t \in \mathbb{R}\}$
2. son image est le plan $-x + 11y - 7z = 0$
3. le B d'exo 5 est le transposé de la matrice de f

Exercice 2

En interprétant la conservation des divers éléments comme une condition linéaire sur les quantités de réactif, équilibrer les réactions suivantes :

- $Fe + Cl_2 = FeCl_3$;
- $C_8H_{18} + O_2 = CO_2 + H_2O$.

Bareme: 1.5 point pour la premiere équation + 2.5 point pour l'autre équation

1. $2Fe + 3Cl_2 = 2FeCl_3$
2. $2C_8H_{18} + 25O_2 = 16CO_2 + 18H_2O$

Exercice 3

- Calculer le determinant de chacune de matrices.

- Déterminer le noyau de l'application linéaire associée.
- Calculer son inverse si elle existe.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 9 & 14 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 8 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bareme :

- 1 point pour chaque déterminant
- 0.5 + 0.5 point pour le noyau de A et C et 2 point pour le noyau de B
- 2.5 points pour chaque inverse

1.
 - $\det A = 1$,

-

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.
 - $\det B = 0$, B est la transpose de la matrice dans l'exo 1
 - noyau de B $(-1, 11, -7)$
 - l'image est le plan $4x - y - z = 0$

3.
 - $\det C = 2$

-

$$C^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 8 & -2 & -4 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$