**CC2 6 decembre**

Durée : 1h

*Documents et appareils electroniques (dont telephones portables et calculatrices) interdits. Toutes les réponses doivent être justifiées.*

Rappel : Soit $A$ une matrice de taille $n \times n$ alors l'application $f_A$ définie par $f_A(x) = Ax$ est une application linéaire de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^n$.

Un sous espace vectoriel $V$ de $\mathbb{R}^3$ de dimension 2 :

1. admet une base de vecteurs linéairement indépendants $\vec{v_1}, \vec{v_2}$ ;
2. consiste de tous les vecteurs $\vec{v} = (x, y, z)$ verifiant une équation cartésienne $ax+by+cz = 0$ pour $a, b, c$ à preciser.

**Exercice 1**

Déterminer l'image et noyau de l'application linéaire :

$$f : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3x + y + 5z \\ 2x + 2z \\ x + y + 3z \end{pmatrix}$$

1. son noyau est $\{t(1, 2, -1),\ t \in \mathbb{R}\}$
2. son image est le plan $x - y - z = 0$
3. le $B$ d'exo 5 est le transposé de la matrice de $f$

**Exercice 2**

En interprétant la conservation des divers éléments comme une condition linéaire sur les quantités de réactif, équilibrer les réactions suivantes :

- $C_6H_5COOH + O_2 = CO_2 + H_2O$
- $C_8H_{18} + O_2 = CO_2 + H_2O$.

1. $2C_6H_5COOH + 15O_2 = 14CO_2 + 6H_2O$
2. $2C_8H_{18} + 25O_2 = 16CO_2 + 18H_2O$.

**Exercice 3**

- Calculer le determinant de chacune de matrices.
- Determiner le noyau de l'application lineaire associée.
- **Point bonus :** Calculer son inverse si elle existe.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

1. - det A = 1,
   - $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. - $\det B = 0$
   - noyau de B engendré par $(6, 1, -2)$
   - l'image est le plan $2x - y + z = 0$
3. - $\det C = 0$, C est le transpose de la matrice dans l'exo 1
   - noyau de C engendré par $(1, -1, -1)$
   - l'image est le plan $x + 2y - z = 0$