

CC1 MAT305  
**You can write in english.**

---

### Exercice 1

Calculer les dérivées partielles  $f_x, f_y$  et  $f_{xy}, f_{yx}$  pour chacune des fonctions  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  suivantes :

1.  $f(x, y) = x^3y^2 + 5y^2 - x + 7$
  2.  $f(x, y) = \cos(xy^2) + \sin x$
  3.  $f(x, y) = e^{x^2+y^3} \sqrt{x^2+1}$
  4.  $f(x, y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+1}$
- 

### Exercice 2

Pour chacune des fonctions  $f$  suivantes calculer  $f_{xx} + f_{yy}$  :

1.  $f(x, y) = x^2 - y^2$
  2.  $f(x, y) = e^x \sin(y) + e^y \cos(x)$
  3.  $f(x, y) = \log(\sqrt{x^2 + y^2})$
- 

### Exercice 3

On définit  $f : \mathbb{R}^2 \setminus (0, 0) \rightarrow \mathbb{R}$  par  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$ .

1. Déterminer les ensembles de niveaux de  $f$  et donner une interprétation géométrique.
2. Montrer que  $f \circ \gamma$  est constante où  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto (\cos(t), \sin(t))$  et préciser la valeur du constant.
3. Calculer le gradient de  $f$  et  $\dot{\gamma}$  le vecteur vitesse de  $\gamma$ .
4. Calculer le produit scalaire  $(\text{grad } f) \cdot \dot{\gamma}$  et représenter le résultat graphiquement.