Exercice 9. Déterminer le rayon de convergence et la somme des séries entières suivantes :
(a) $\sum_{n\geqslant 2} \frac{x^n}{n(n-1)}$; (b) $\sum_{n\geqslant 0} n(n+1)x^n$; $\boxed{(c)\ \sum_{n\geqslant 0} \frac{3n}{n+2}x^n}$; (d) $\sum_{n\geqslant 0} \frac{n^2+n-1}{n!}x^n$.

si on trouve $f(x) = \sum_{n\geqslant 0} \frac{n}{n+2} x^n$ alors on multiplie par 3 et

$$x^2 f(x) = \sum_{n\geqslant 0} \frac{n}{n+2} x^{n+2}$$

$$\frac{d}{dx} x^2 f(x) = \sum_{n\geqslant 1} n x^{n+1}$$

$$= x^2 \sum_{n\geqslant 1} n x^{n-1}$$

$$= x^2 \frac{d}{dx} \frac{1}{1-x} = \frac{x^2}{(1-x)^2}$$

$$\boxed{x^2 f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{(1-t)} dt = x + \frac{1}{1-x} + 2\log(1-x) + C}$$

$$\int \frac{x^2}{(1-x)^2} dx = x + \frac{1}{1-x} + 2\log(x-1) + \text{constant}$$

on doit determiner la valeur de C (= ?)